



FY1303 Elektrisitet og magnetisme II, høst 2007

Laboratorieøvelse 1

Hall effekt

Hensikt

Hensikten med øvelsen er å gjøre seg kjent med Hall-effekten og måle denne i en halvlederprøve. Det gjøres en forsøksoppstilling, med utgangspunkt i det fysiske fenomenet bak Hall-effekten, og en gjennomføring av eksperimentet. Analysen av resultatene gjøres ved bruk av Excel

Oppgave

1. Mål sammenhengen mellom strømstyrke og magnetfelt i en elektromagnet. Gi en grafisk framstilling av resultatet og kommenter forsøket.
2. Lag en oppkobling av kretsen for måling av Hall-effekten i en leder (pass på at strømmen ikke overskrider 50 mA). Finn motstanden i Hall elementet.
3. Mål sammenhørende verdier mellom magnetfeltet og Hall-spenningen for to ulike kontrollstrømmer ($I = 25$ og 50 mA).
4. Før målte verdier inn i Excel regneark og framstille resultatene grafisk. Finn vinkelkoeffisienten til kurvene ved kurvetilpasning og beregn Hall koeffisienten til materialet.
5. Beregn midlere ladningstetthet og mobilitet i prøven.

Teori og bakgrunnstoff

Når en strømførende leder plasseres i et magnetfelt slik at flukstettheten har en komponent loddrett på strømretningen, oppstår det en elektrisk spenning (potensialforskjell) på tvers av lederen. Fenomenet ble oppdaget 1879 av E. H. Hall, og kalles derfor **Hall-effekten**. Den transversale spenningen kalles Hall-spenningen, og oppstår ved at de elektriske ladningsbærerne avbøyes i magnetfeltet mot den ene sideflaten av lederen. Vi får dermed en opphopning av elektriske ladningsbærere ved denne sideflaten inntil det inntreer en likevektstilstand hvor det bygges opp et transverselt elektrisk felt (Hall-feltet), som motvirker avbøyningen i magnetfeltet.

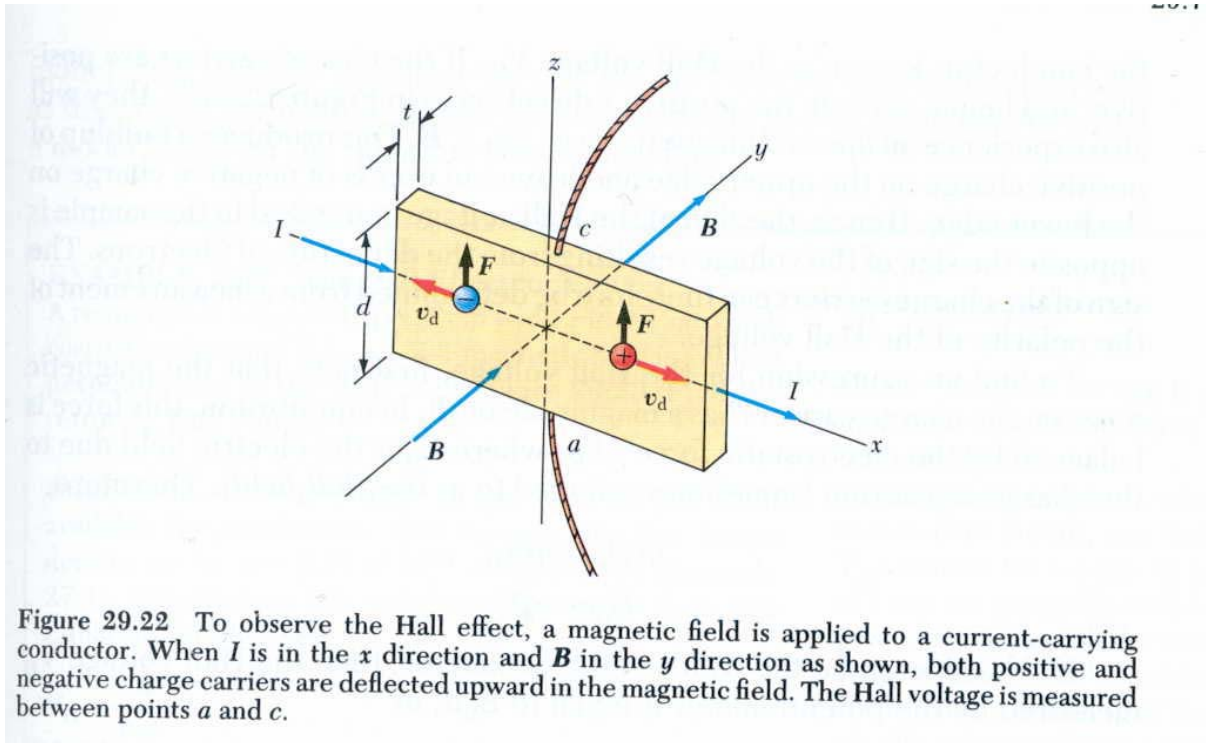


Figure 29.22 To observe the Hall effect, a magnetic field is applied to a current-carrying conductor. When I is in the x direction and B in the y direction as shown, both positive and negative charge carriers are deflected upward in the magnetic field. The Hall voltage is measured between points a and c .

En ladning q som beveger seg med hastighet v i et magnetfelt B påvirkes av en magnetisk kraft F_m gitt ved:

$$F_m = q \cdot v \times B \quad \text{likn. 1}$$

I en metallisk leder er ladningsbærerne elektroner med ladning $q = -e$, der e er:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ A} \cdot \text{s} \quad \text{elementærladningen}$$

Dersom ladningsbærerne har positiv en ladning ($q = e$), vil hastigheten v skifte fortegn, når den påtrykte spenningen V har samme polaritet (se figuren over). Med samme retning på magnetfeltet vil da kraften F_m da ha samme retning (se likn.1), men dette betyr at Hall-spenningen skifter fortegn (elektrisk kraft = ladning \times feltstyrke). Fortegnet på Hall-spenningen vil altså avhenge av fortegnet på ladningen til ladningsbærerne, og kan brukes til å avgjøre om et gitt halvledermateriale er av n -type eller p -type, dvs. om strømmen gjennom materialet skyldes negative elektroner eller positive hull.

Størrelsen av Hall-spenningen avhenger blant annet av **tettheten** og **mobiliteten** til ladningsbærerne, og av tykkelsen til det ledende materialet i B -retningen. Ytre størrelser som virker inn på Hall-spenningen er flukstettheten B og kontrollstrømmen I , dvs. strømmen som sendes gjennom materialprøven.

Er motstanden i prøven R , gjelder:

$$V = R \cdot I \quad \text{likn. 2} \quad \text{Ohms lov}$$

Vi antar nå at strømmen går i x -retningen og at den magnetiske flukstettheten er rettet langs y -aksen (se figuren). På en positiv ladning ($q = e$) vil da den magnetiske kraften F_m være rettet langs z -aksen, og vi får derfor et Hall-felt E_H i z -retningen. Ved likevekt har vi da en elektrisk kraft på ladningen:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}_H \quad \text{likn. 3}$$

som akkurat oppveier kraften F_M gitt ved likn.1:

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = q(\vec{E}_H + \vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

Vi har altså relasjonen:

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{likn. 4}$$

som gjelder uavhengig av fortegnet på ladningen til ladningsbærerne. Vi antar videre at ladningsbærerne i gjennomsnitt beveger seg med samme fart v i feltet i lederen, dvs. at de alle har den midlere driftshastighet v i strømretningen. Har prøven n ladningsbærere pr. volumenhet, blir strømtettheten

$$\vec{J} = n \cdot q \cdot \vec{v} \quad \text{likn. 5}$$

og likn. 4 kan skrives som

$$\vec{E}_H = -\frac{1}{n \cdot q} \vec{J} \times \vec{B} = R_H \cdot \vec{J} \cdot \vec{B} \cdot \vec{e}_z \quad \text{likn. 6}$$

Hall-feltet er altså proporsjonalt med vektorproduktet, og proporsjonalitetskonstanten kalles *Hall-koeffisienten*. Det siste likhetstegnet gjelder når J og B står vinkelrett på hverandre. Hall-koeffisienten R_H er:

$$R_H = \frac{1}{n \cdot q}, \quad (q=e), \quad \text{med dimensjon: } [R_H] = m^3 / A \cdot s \quad \text{likn.7}$$

Vi ser at tettheten av ladningsbærere i et materiale kan beregnes ut fra kjennskap til Hall-koeffisienten.

Bestemmelse av Hall-koeffisient og mobilitet

Hall-koeffisienten for et materiale kan finnes ved å sende en kjent kontrollstrøm I gjennom en materialprøve og måle Hall-spenningen V_H over denne prøven når den plasseres i et magnetfelt med kjent flukstetthet B . Av figuren ser vi at Hall-spenningen V_H er bestemt av feltet E_H :

$$V_H = d \cdot E_H, \quad \text{eller:} \quad E_H = \frac{V_H}{d}, \quad \text{likn. 8}$$

der d er høyden av Hall-prøven. Strømtettheten J (*strøm pr. areal*) er gitt ved kontrollstrømmen I på følgende vis:

$$J = \frac{I}{t \cdot d} \quad (t \text{ tykkelsen}) \quad \text{likn. 9}$$

Innsatt i likn. 6 gir dette følgende uttrykk for R_H :

$$V_H = R_H \cdot B \cdot \frac{I}{t} \quad \text{likn. 10}$$

Hallspenningen øker proporsjonalt med størrelsen av magnetfeltet og kontrollstrømmen I .

Mobiliteten μ til ladningsbærere er definert som;

$$\mu \equiv \frac{v}{E}, \quad \text{med dimensjon: } [\mu] = \frac{m^2}{V \cdot s} \quad \text{likn. 11}$$

der E er den elektriske feltstyrken langs lederen og v er den midlere farten til ladningsbærerne i feltretningen. Fra likn. 4 følger, når driftshastigheten v og magnetfeltet B står vinkelrett på hverandre:

$$E_H = v \cdot B$$

som sammen med likn. 8 gir uttrykket:

$$v = \frac{E_H}{B} = \frac{V_H}{d \cdot B} \quad \text{likn. 12}$$

For spenningsfallet langs Hall-prøven (x-retningen) gjelder :

$$V = l \cdot E, \quad \text{som gir:} \quad \text{likn. 13}$$

der V er den påtrykte spenningen over Hall-prøven. Ved innsetting for v og E i likn.11 får vi da uttrykket

$$\mu = \frac{V_H}{B} \cdot \frac{l}{d \cdot V} \quad \text{likn. 14}$$

Målinger som utføres for å bestemme R_H (likn.10) kan også benyttes til å bestemme mobiliteten μ . I tillegg til kontrollstrømmen I må vi da måle den påtrykte spenningen V over Hall-prøven.

For en fast verdi av I svarer det en fast verdi for V , idet forholdet (V/I) i følge Ohms lov er konstant og lik motstanden R i Hall-prøven.

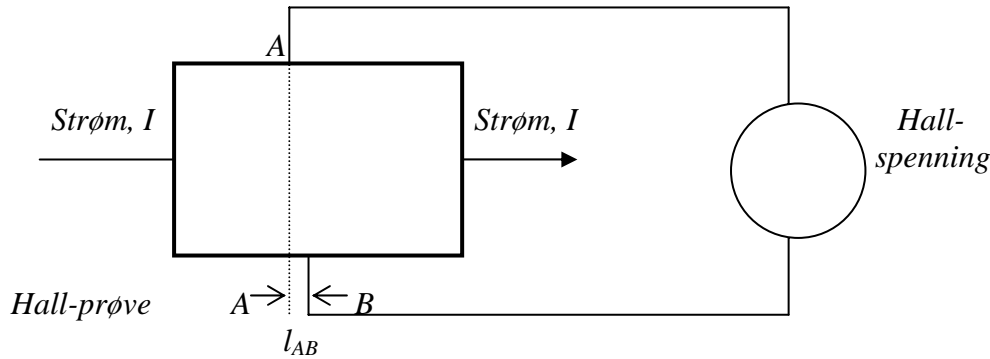
Danner vi forholdet (R_H/μ), der R_H og μ er gitt ved henholdsvis likn.10 og 14, får vi relasjonen:

$$\frac{R_H}{\mu} = \frac{t \cdot d}{l} \cdot R, \quad \text{eller:} \quad \mu = \frac{l}{t \cdot d} \cdot \frac{R_H}{R} \quad \text{likn. 15}$$

Er dimensjonene og resistansen R til Hallprøven kjent, kan altså mobiliteten μ til ladningsbærerne beregnes ut fra kjennskapet til Hall-koeffisienten R_H for det aktuelle materialet.

Måling av Hall-spenningen; IR fallet

For å måle Hall-spenningen må vi kople et måleinstrument til Hall-prøven som indikert i figuren. For en bestemt kontrollstrøm I gjennom prøven vil en kunne observere at millivolt meteret gir et visst utslag, selv om prøven ikke er plassert i magnetfeltet ($B = 0$). Denne nullfelt-spenningen skyldes kalles *IR-spenningsfallet* og oppstår som vist i figuren nedenfor.



IR spenningssfallet. Punktene A og B markerer uttakene for måling av Hall-spenningen

Det elektriske feltet i Hall-prøven er uniformt, dvs. at det er et konstant spenningsfall pr. lengdeenhet i strømretningen. Dette betyr at vi har ekvipotensialflater normalt på strømretningen, og dersom tilkoblingspunktene A og B ikke ligger på samme flate, oppstår en spenningsforskjell mellom dem. Er avstanden mellom flatene l_{AB} , blir spenningen

$$V_{AB} = l_{AB} \cdot E = \frac{l_{AB}}{l} \cdot V = \frac{l_{AB}}{l} \cdot RI \equiv V_{IR}$$

l er lengden av Hall prøven. Ved måling av Hall spenningen vil mV meteret vise en verdi som inneholder *IR* spenningsfallet.

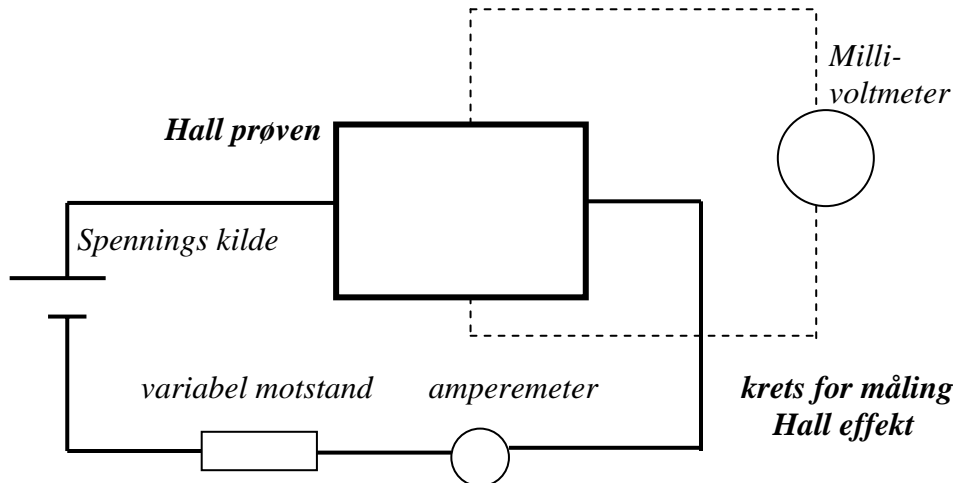
Ved null B felt vil målt Hall spenning bare skyldes *IR* spenningsfallet. Hallkoeffisienten er bare bestemt av stigningstallet til målt Hallspenning mot B felt, slik at det egentlig ikke forstyrrer bestemmelsen av Hall koeffisienten.

Apparaturoppstilling

Hall-prøven er laget av halvledermaterialet Germanium (Ge). I følge fabrikanten er halvledermaterialet av *p*-typen, og prøven har dimensjonene:

$$l = 10 \text{ mm}, \quad d = 5 \text{ mm}, \quad t = 1 \text{ mm}$$

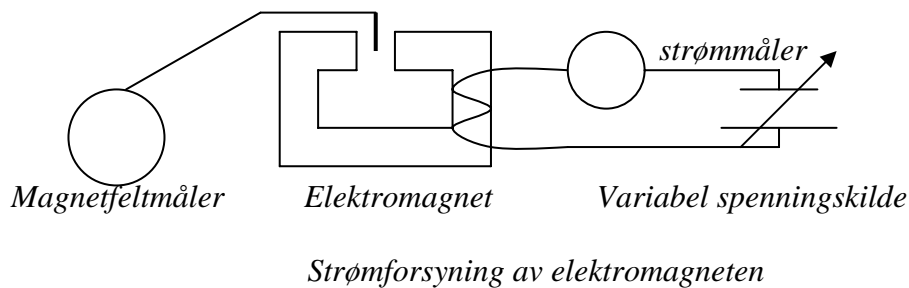
En lager følgende oppstilling:



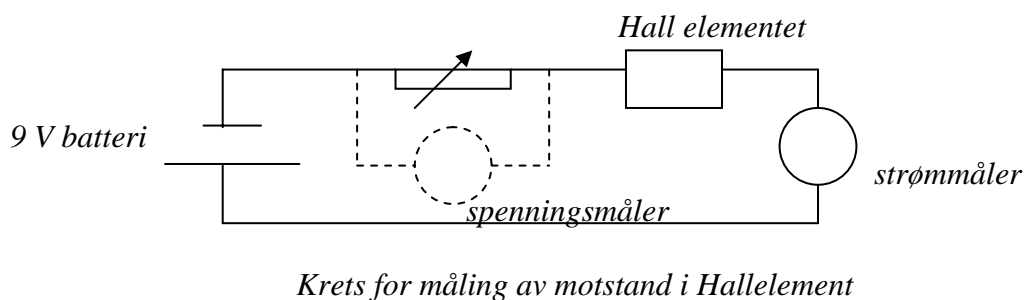
Hall-prøven koples til en spenningskilde i serie med en variabel motstand R_v og et mA-meter for måling for avlesning av kontrollstrømmen I . Motstanden er koblet inn i kretsen for å beskytte Hall elementet mot for store strømstyrker.

Praktiske kommentarer

Oppgave 1: Bruk et kalibrert Hall element til å måle feltstyrken i elektromagneten som funksjon av strømmen i spolen. Gi en grafisk framstilling av denne sammenhengen og kommenter resultatet (Bruk Excel). Bruk en polavstand på 2.5 cm og la magnetiseringsstrømmen variere i trinn på 0.1 A, fra 0 opp til 1 Ampere. For teori for magnetisering: se oppgave 2.



Oppgave 2: Kople opp kretsen for måling med Hall prøven. Motstanden i Hall elementet kan bestemmes på følgende vis: Koble i tillegg inn et voltmeter som antydnet på figuren under:



Reguler den elektriske motstanden, uten at strømmen overskrider 50 mA, og mål samtidig spenningsfallet over R_V (V) og strømmen i kretsen (I). I følge sløyferegelen får vi:

$$V_0 = V + R_H \cdot I, \quad \text{eller;} \quad V = V_0 - R_H \cdot I,$$

der V_0 er kildespenningen; V er målt spenning over den variable motstanden, R_H er motstanden i Hall elementet og I strømmen i kretsen, som måles i Amperemeteret. Dersom en framstiller spenning V mot I i Excel vil R_H bli vinkelkoeffisienten til den rette linjen (Bruk; *linear fit, shown equation on graph* i Excel).

Beregn resistiviteten (den spesifikke motstanden) ρ for materialet. Husk:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}, \quad \text{som gir:} \quad \rho = R \cdot \frac{A}{l} = R \cdot \frac{t \cdot d}{l}$$

Oppgave 4: Monter Hall-prøven i magneten, og mål etter tur Hall-spenningene V_H med kontrollstrøm I henholdsvis 25 og 50 mA. Før sammenhengende verdier for magnetfeltet B og V_H inn i Excel regneark og finn vinkelkoeffisientene (k) ved lineær tilpasning.

I_M [A], Magnetiserings-strøm	B , mT, Magnetisk feltstyrke	V_H [mV], Hallspenning Kontrollstrøm=25mA	V_H [mV], Hallspenning Kontrollstrøm=50 mA

Bestem Hall-koeffisienten R_H . I følge likn. 10 er denne:

$$k = R_H \cdot \frac{I}{t}, \quad \text{eller:} \quad R_H = k \cdot \frac{t}{I} \quad (\text{pass på enheter})$$

Dette gjøres for begge kontrollstrømmene. Finn usikkerheten i Hall-koeffisienten for den største kontrollstrømmen, og diskuter resultatene. Bruk usikkerheten i k som kommer fra den lineære tilpasningen, og anslå en relativ usikkerhet i tykkelsen på 1%. Usikkerheten i strømmen bestemmes av siste siffer i avlesningen, f.eks. er strømmen avlest til 50 mA er usikkerheten 1 mA.

Husk: $R_H = \frac{k \cdot t}{I}$, som gir relativ usikkerhet: $\frac{\sigma_{RH}}{R_H} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$

(se heftet om usikkerhet).

Oppgave 5: Bruk resultatet til å regne ut tettheten n av ladningsbærere i materialet og videre mobiliteten μ , ved å bruke resultatet for ρ (se likn. 7 og 15).